Prace Naukowe Instytutu Organizacji i Zarządzania
Nr 77 Politechniki Wrocławskiej Nr 77

Studia i Materiały Nr 19 2005

Jacek ZABAWA*

Symulacja Systemów Gospodarczych
ss. 133–147

PLANOWANIE EKSPERYMENTU W HYBRYDZIE SYMULACJA – SYSTEM WSPOMAGANIA DECYZJI

W pracy omówiono założenia hipotetyczno-dedukcyjnej metody badania obiektu. Przedstawiono systematykę konstruowania planów eksperymentu, strukturę danych wejściowych, postać funkcji celu, sposób zapisu przebiegu eksperymentu oraz algorytm wyznaczania rozwiązania optymalnego (maksymalizacja wyniku finansowego) metodą Boxa-Wilsona. Omówiono zastosowanie języka sterowania eksperymentem i wyniki otrzymane z hybrydy symulatora przedsiębiorstwa przemysłowego z systemem wspomagania decyzji.

1. ROLA EKSPERYMENTU W BADANIACH NAUKOWYCH

Metoda naukowa badania obiektu (hipotetyczno-dedukcyjna) składa się z co najmniej czterech elementów: obserwacji, hipotezy/prognozy, eksperymentu i wniosków [Wolfs 1997]. W pracy rozważane są obserwacje modelu ekonomicznego, realizowane dzięki rejestrowaniu (zazwyczaj w funkcji czasu) wartości poszczególnych zmiennych decyzyjnych, pozycji sprawozdań finansowych i wskaźników ekonomicznych wyrażanych w odpowiednich jednostkach (pieniężnych, naturalnych, procentowych). Poniżej przedstawiono opis elementów metody z uwzględnieniem postulatu powtarzalności w środowisku symulacyjnego komputerowego modelu przedsiębiorstwa.

Wyjaśnienie (zweryfikowanie hipotez) zachowania w przeszłości może być też pomocne podczas przewidywania (prognozowania) a następnie kształtowania przyszłości. Konstruowane hipotezy dotyczą identyfikacji (opracowania opisu matematycznego) badanego obiektu i optymalizacji (poprawienia) jego działania.

Eksperyment służy badaniu prawdziwości hipotez; eksperyment (jako pojęcie złożone) jest serią doświadczeń „umożliwiającą identyfikację lub optymalizację rozważanego obiektu” [Mańczak 1976]. Odpowiednio skonstruowany opis eksperymentu

* Politechnika Wrocławska, Instytut Organizacji i Zarządzania; jacek.zabawa@pwr.wroc.pl

podnosi jego wartość ze względu na możliwość jego (wielokrotnego) powtarzania oraz zmniejszenia wpływu wszelkich czynników, które mogłyby zakłócić eksperyment. Z drugiej strony koszty związane z prowadzeniem eksperymentu wymuszają „możliwie krótkie" serie doświadczeń [Mańczak 1976]. Dlatego też należy rozpatrzyć zagadnienie planowania eksperymentu.

Wyciąganie wniosków (inaczej: opracowywanie wyników doświadczeń) polega na konfrontowaniu hipotez/prognoz z otrzymanymi wynikami eksperymentu a następnie ich wartościowaniu. Zarówno pozytywny, jak i negatywny wynik konfrontacji powinien być odpowiednio wyjaśniony. Rozważyć należy, czy na wynik miały wpływ ewentualne błędy w konstrukcji planu eksperymentu, sposób pozyskiwania, jak i charakter (stochastyczny, poddany zakłóceniom) obserwacji oraz metoda wnioskowania (w tym osoba eksperymentatora).

Ustalenie powtarzalności wyników eksperymentu ważne jest z dwóch powodów. Po pierwsze, jeśli wynik eksperymentu nie jest zgodny z przewidywaniami (hipotezą/prognozą) to rewizji może wymagać teoria dostarczająca metod procesowi wnioskowania i wyjaśniająca obserwacje. Po drugie, powtarzalność (pozytywna) zgodności wyników eksperymentu z teorią umożliwia ich prezentację przed innymi eksperymentatorami i decydentami. Występują dwa rodzaje zgodności wyników z teorią: (1) dla tych samych wartości zmiennych wejściowych (parametrów eksperymentu) uzyskuje się takie same wartości zmiennych wyjściowych (wyników eksperymentu) oraz (2) dla tych samych wartości zmiennych wejściowych uzyskuje się wartości zmiennych wyjściowych będące w określonym związku (relacji) z wartościami zmiennych wejściowych. Zadaniem teorii jest wyjaśnienie tego związku; "pierwotnym celem badania naukowego jest zwykle pokazanie statystycznej istotności efektu działania określonego czynnika na badaną zmienną zależną" [StatSoft Polska].

2. PLANOWANIE DOŚWIADCZEŃ. SYSTEMATYKA PLANÓW EKSPERYMENTU

Pojęcie planowania eksperymentu zostało wprowadzone w pracy Fishera [1935] w kontekście analizy wariancyjnej. W opozycji do analizy wariancji, jednym z celów planowania eksperymentu jest pomijanie czynników nieistotnych z punktu widzenia identyfikacji badanych zmiennych. Cechą wspólną czynności planowania eksperymentu i analizy wariancyjnej jest dążenie do uzyskania opisu działania obiektu za pomocą zależności statystycznych, czyli analizy regresji. Eksperyment prowadzony na rzeczywistym systemie lub jego modelu (symulacyjnym) pozwala na odkrycie, które z czynników (zmiennych wejściowych) mają wpływ na zmienne zależne i w konsekwencji na ocenę działania systemu.

Efektem planowania eksperymentu jest plan eksperymentu. Plan eksperymentu jest zbiorem wartości zmiennych wejściowych (wejść) określającym parametry konkretnych doświadczeń (niekoniecznie prowadzonych w tym samym czasie). Zestaw doświadczeń tworzy serię. W poszczególnych doświadczeniach zmieniać mogą się wartości zmiennych, natomiast zbiór zmiennych nie ulega zmianom. Ze względu na postulat powtarzalności seria doświadczeń o tych samych wartościach wejściowych ma zwykle długość większą niż jeden. Pojedyncze doświadczenie umożliwić może ustalenie parametrów funkcji regresji jedynie przy pewności dotyczącej opisu obiektu. Powtarzanie (realizacja serii) doświadczeń przy tych samych wartościach zmiennych wejściowych stosuje się w celu oszacowania parametrów opisu badanego obiektu przy założeniu o obecności czynników nieuwzględnionych w matematycznym opisie (modelu) obiektu.

Przed przystąpieniem do przeprowadzenia eksperymentu proponuje się [Czarny 1979] wykonanie następujących czynności:

- Podjęcia decyzji o charakterze eksperymentu (czynny albo bierny, ciągły albo dyskretny).
- Ustalenia parametrów eksperymentu (dokładność prognoz, okres kwantowania, czas trwania eksperymentu).
- Ogólnego, wstępnego prognozowania wyników, które otrzymamy w przyszłości; nazywane jest to likwidacją anomalii [Kacprzyński 1974] w wynikach eksperymentu i filtracją wyników eksperymentu.
- Planowania eksperymentu (dla eksperymentu czynnego): dobór macierzy eksperymentu.
- Podjęcia decyzji o technice eksperymentu (przyrządy, układy pomiarowe, język sterowania eksperymentem, interfejs między systemem (modelem) a systemem komputerowym sterującym wejściami i zbierającym wyniki).

Typ planu eksperymentu czynnego określany jest przez strukturę planu, złożoność modeli opracowanych dzięki zastosowaniu planu oraz proces jego konstruowania. Typologię planów eksperymentu zbudować można na podstawie następujących kryteriów: zbioru wartości zmiennych wejściowych, zastosowanej techniki rozbudowy planu, charakteru ograniczeń, liczby doświadczeń.

Według kryterium zbioru wartości zmiennych wejściowych wyróżniamy:

- Plany dwupoziomowe, oznaczane jako 2^S. Nadają się do wyznaczania współczynników modeli z elementami liniowymi oraz elementami interakcyjnymi (oprócz kwadratowych). Wykorzystywane są podczas optymalizacji. Ich cechą charakterystyczną jest dwupoziomowe kodowanie wartości zmiennych wejściowych. Wykorzystuje się w tym celu wartości -1 i 1. W celu ułatwienia obliczeń podczas analizy czynnikowej przeprowadza się zamianę zmiennych i standaryzację wartości.
- Plany trójpoziomowe, oznaczane jako 3^S. Ich zaletą w porównaniu do planów

dwupoziomowych jest możliwość rozdzielenia wpływu członów kwadratowych od wpływu składowej stałej. Lepiej sprawdzają się także w badaniu obszaru zawierającego ekstrema, co jest przydatne podczas optymalizacji lokalnej. Korzystają z techniki standaryzacji zmiennych (podobnie jak plany dwupoziomowe). W przypadku liniowo-kwadratowych stosuje się dodatkowo planowanie kompozycyjne.
- Plany wielopoziomowe (np. pięciopoziomowe).

Według kryterium liczby doświadczeń wyróżniamy:
- Plany całkowite tzn. zawierające wszystkie możliwe kombinacje wartości zmiennych wejściowych. Plany całkowite spełniają wiele szczególnych warunków, np. jeśli jednocześnie są planami dwupoziomowymi, to zachodzi w nich symetria doświadczeń względem punktu centralnego (środka) eksperymentu, ortogonalność, równość sum kwadratów we wszystkich wierszach macierzy eksperymentu [Mańczak 1976].
- Plany ułamkowe (lub szerzej – niepełne); nie zawierają wszystkich możliwych kombinacji. Plany ułamkowe powinny spełniać wszystkie korzystne własności planów całkowitych. W tym celu jednak konieczny jest staranny dobór zarówno liczby doświadczeń (tzw. plany połówkowe, ćwiartkowe, itd.) jak i kombinacji wartości zmiennych wejściowych. Podczas tworzenia planu ułamkowego stosuje się kodowanie poszczególnych doświadczeń. Koncepcję kodowania poziomów poszczególnych czynników (zmiennych wejściowych) opracował Yates [1935]. Polega ona na oznaczaniu kombinacji najniższych poziomów wartości wszystkich zmiennych liczbą 1, a pozostałych poziomów ciągiem liter (przydzielanych alfabetycznie); dana litera występuje w takiej kombinacji, jeżeli odpowiadająca jej zmienna przyjmuje wartość maksymalną. Przy tworzeniu odpowiednich planów niepełnych/ułamkowych bierze się pod uwagę wynikową dokładność aproksymacji (prowadzi to do zagęszczenia punktów pomiarów przy brzegu badanego obszaru [Kacprzyński 1974]) ale zazwyczaj punkty pomiarowe umieszcza się w sposób jak najbardziej regularny w dziedzinie wartości wejściowych (zakodowanych). Prawidłowo przyjęte współrzędne punktów pomiarowych (wartości wejściowych) w hipersześcianie pozwalają na „wyznaczenie ocen bądź wszystkich efektów głównych działania czynników lub też efektów współdziałania czynników" [Jorysz 1990]. Celem tworzenia planów ułamkowych, jak potwierdza Mańczak [1976], jest zmniejszenie liczby wykonywanych doświadczeń.
- Wśród pozostałych kryteriów wspomnieć warto charakter ograniczeń (ogólne plany czynnikowe i plany sympleksowe) oraz technikę rozbudowy (planowanie kompozycyjne, ortogonalne i rotatabilne).

3. METODA BOXA-WILSONA DLA POTRZEB DWUPOZIOMOWEGO PLANU EKSPERYMENTU

Jednym z problemów badawczych, które można rozwiązać posługując się techniką planowania eksperymentu jest poszukiwanie odpowiednich wartości zmiennych wejściowych (decyzyjnych) w celu optymalizacji wskaźników syntetycznie oceniających efekty działania przedsiębiorstwa.

Zintegrowanie na platformie hybrydowego systemu wspomagania decyzji symulacyjnego modelu przedsiębiorstwa przemysłowego *Ekanwin* [Radosiński 2002] i języka sterowania eksperymentem [Zabawa 2004] pozwoliło na wyznaczenie wysokości cen wyrobów gotowych w celu maksymalizacji wyniku finansowego netto zgodnie z zasadami planowania eksperymentu. W artykule [Zabawa 2004] przedstawiono sposób wykorzystania języka LEKS w metodzie optymalizacyjnej Hooke'a-Jeevesa i algorytmie genetycznym.

Technikę planowania dwupoziomowego, w której zastosowano metodę Boxa-Wilsona można przedstawić w następujący sposób [Box i Wilson 1951]:

Założenia:

- Niech badany obiekt będzie opisany przez funkcję ciągłą, nieliniową, mającą jedno ekstremum:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_S, z) \tag{1}$$

gdzie $x_1, x_2, \ldots, x_S$ są wejściami obiektu oraz z jest niemierzalnym zakłóceniem.

- Można wyznaczyć aproksymację funkcji opisującej obiekt w otoczeniu punktu $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_S^0$ za pomocą liniowej funkcji regresji (hiperpowierzchni stopnia s-tego) o następującej postaci:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_S x_S \tag{2}$$

Struktura planu eksperymentu:

- Plan eksperymentu polega na ustaleniu wartości wejść $x_{n1}, x_{n2}, \ldots, x_{nS}$, przy serii N doświadczeń n = 1,2,3,…, N

Zapis przebiegu eksperymentu zaprezentować można w formie tablicy:

$$\begin{array}{ccccc} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1S} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2S} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{NS} & y_N \end{array} \tag{3}$$

Po wyliczeniu kierunku gradientu opisanego przez współczynniki b_0, b_1,…, b_s funkcji regresji rozpoczyna się poszukiwanie punktu ekstremalnego na tym kierunku.

W planie dwupoziomowym każde z wejść $x_1, x_2, \dots, x_S$ może przyjmować wartość na jednym z dwu poziomów:

$$x_S:\ x_s^0 - \Delta x_s\ ,\ x_s^0 + \Delta x_s \ \text{ dla } s = 1, 2, 3, \dots S \tag{4}$$

W procedurze poszukiwania ekstremum za pomocą metody Boxa-Wilsona można wyróżnić dwa główne etapy:

1. Przeprowadzenie małej liczby doświadczeń, które powinny umożliwić ustalenie kierunku gradientu. Na tym kierunku oczekuje się punktu ekstremalnego. Celem etapu jest wyznaczenie parametrów hiperpowierzchni stopnia pierwszego, opisującej lokalny charakter zmienności funkcji. Opcjonalnie powtarza się serię doświadczeń w celu znalezienia nowego optimum oraz nowego kierunku gradientu, dopóki liniowy opis nie gwarantuje poprawy wartości ekstremum.
2. Wykonanie dodatkowych eksperymentów w celu dokładniejszego znalezienia ekstremum. Wykorzystuje się w tym celu opis matematyczny w postaci hiperpowierzchni drugiego stopnia.

4. ZASTOSOWANIE METODY BOXA-WILSONA W OPTYMALIZACJI

4.1. PRZYPADEK BEZ NARUSZENIA OGRANICZEŃ NA ZMIENNE DECYZYJNE

Metoda Boxa-Wilsona została wykorzystana w optymalizacji wyniku finansowego netto. Zastosowano plan dwupoziomowy, eksperyment całkowity, przy dwóch wejściach (S=2).

Założenia:

- Postać funkcji celu:

$$y = f\left(x^1, x^2\right) \to \max \tag{5}$$

gdzie:

y - wynik finansowy netto w pierwszym roku sekwencji trzyletniej [zł], funkcja ciągła z pojedynczym ekstremum (rys. 1)
x^1 - cena zbytu wyrobu gotowego ALFA [zł / jednostkę wyrobu]
x^2 - cena zbytu wyrobu gotowego GAMMA [zł / jednostkę wyrobu]

- Punkty startowe (początkowe wartości zmiennych wejściowych)

cena wyrobu ALFA x_0^1 = 250 [zł/jednostkę wyrobu],

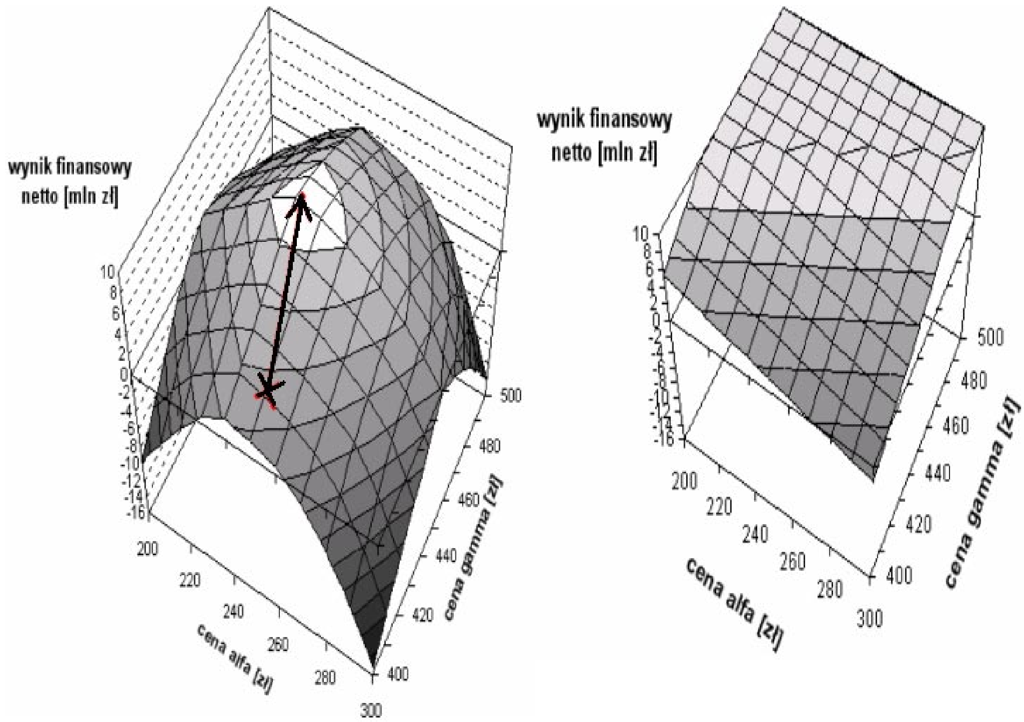
cena wyrobu GAMMA x_0^2 = 411 [zł/jednostkę wyrobu].

Wokół punktów startowych x_0 aproksymuje się (linearyzuje się) charakterystykę ekstremalną $y = f(x)$ za pomocą hiperpowierzchni $y = b_0 + b_1x^1 + b_2x^2$

- Liniowe ograniczenia dotyczące zmiennych wejściowych

wyrób ALFA: $0 \leq x^1 \leq 500$ [zł/jednostkę wyrobu],

wyrób GAMMA: $0 \leq x^2 \leq 600$ [zł/jednostkę wyrobu].



Rys. 1. Wykres funkcji celu (fragment dziedziny) z zaznaczonym punktem startowym oraz punktem ekstremalnym znalezionym w efekcie rozwiązania problemu optymalizacji wyniku finansowego „przypadek 1" oraz hiperpłaszczyzna wyznaczona w pierwszym etapie procedury.

- Arbitralnie przyjmujemy kroki próbne Δx^1 = 5 oraz Δx^2 = 6 [zł/j. wyrobu]

Postępujemy zgodnie z algorytmem, budując plan eksperymentu o $2^S= 2^2= 4$ doświadczeniach. Punkty reprezentujące kombinacje wartości zmiennych wejściowych w poszczególnych doświadczeniach otaczają z czterech stron punkt startowy x_0.

$$b = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} b^0 \\ b^1 \\ b^2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Standaryzacja polega na przeniesieniu początku układu współrzędnych do punktu startowego oraz zmiany skali tak, aby wartości kroków (zmian) próbnych były w nowym układzie współrzędnych ujmowane jako jednostkowe (-1, +1). W tym celu przyjmuje się nowe zmienne (w przykładzie S = 2, s: 1, 2) w sposób następujący:

$$t^s = \frac{x^s - x_0^s}{\Delta x^s} \text{ stąd } x^s = x_0^s + t^s \Delta x^s \tag{7}$$

gdzie Δx^s to wartość bezwzględna kroku (wzdłuż odpowiedniej osi w nowej skali).

Po przekształceniach [Mańczak 1974] otrzymujemy wzór:

$$\hat{y} = k_0 + \sum_{s=1}^{S} k_s t_s \text{ gdzie: } k_0 = b_0 + \sum_{s=1}^{S} b_s x_s^0 \text{ oraz } k_s = b_s \Delta x_s \tag{8}$$

W omawianym przypadku obliczenia przeprowadzane są w sposób następujący:

$$t_1 = \frac{x_1 - 250}{5} \text{ oraz } t_2 = \frac{x_2 - 411}{6} \text{ stąd } x_1 = 250 + 5t_2 \text{ oraz } x_2 = 411 + 6t_2,$$

w nowym układzie współrzędnych t_s: -1, +1.

Funkcja regresji w nowym układzie współrzędnych ma postać:

$$\hat{y} = k_0 + k_1 x^1 + k_2 x^2 \text{ gdzie } k_0 = b_0 + 250 b_1 + 411 b_2,\ k_1 = 5b_1,\ k_2 = 6b_2$$

Nowa macierz wejść T (plan eksperymentu) otrzymana po zamianie i standaryzacji zmiennych ma następującą postać:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & +1 & -1 \\ 1 & -1 & +1 \\ 1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \text{ stąd } \left(T^T T\right)^{-1} = \frac{1}{4}\text{ I, oraz } k = \frac{1}{4} T^T y \qquad (9)$$

Wyliczamy współrzędne wektora k:

$$\begin{matrix} k_0 \\ k_1 \\ k_2 \end{matrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} & 1 & & \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2{,}73 \\ 1{,}98 \\ 4{,}54 \\ 3{,}80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}26 \\ -0{,}37 \\ 0{,}9 \end{bmatrix}$$

Stąd model matematyczny w nowym układzie współrzędnych przedstawia się następująco: $\hat{y} = 3{,}26 - 0{,}37x^1 + 0{,}9x^2$, natomiast w oryginalnym układzie współrzędnych (po rozwiązaniu układu równań z trzema niewiadomymi) wektor współczynników b jest następujący:

$$b = \begin{bmatrix} b^0 \\ b^1 \\ b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -39{,}89 \\ -0{,}074 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} \text{ czyli } y = -39{,}89 - 0{,}074x^1 + 0{,}15x^2$$

Po wyznaczeniu funkcji regresji przyjmujemy nowe kroki robocze (mogą być nieco krótsze od obliczonych współczynników przemnożonych przez wartość kroku próbnego $k^s \Delta x^s$, staramy się, aby były to wartości „okrągłe") i wykonujemy dalsze doświadczenia (tab. 1.) zmieniając wartość zmiennych wejściowych zgodnie z wyznaczonymi kierunkami (krokami roboczymi). Za każdym razem sprawdzamy, czy nie naruszyliśmy ograniczeń.

Przyjęliśmy, że kroki robocze będą następujące:

$\Delta_R^{x_1} = -1$ oraz $\Delta_R^{x_2} = 5$

Wyznaczone maksimum wyniku finansowego netto wynosi 9,470 mln zł i jest osiągane przy cenie wyrobu ALFA równej 242 złote oraz cenie wyrobu GAMMA równej 451 złotych.

Cała procedura powtarzana jest w drugiej iteracji (tab. 2). Nowym punktem startowym staje się punkt ekstremalny. Okazuje się, że wyznaczony w drugiej iteracji punkt ekstremalny nie zmienił położenia, a dla czterech punktów otaczających punkt startowy wynik finansowy netto jest niższy, niż dla punktu ekstremalnego.

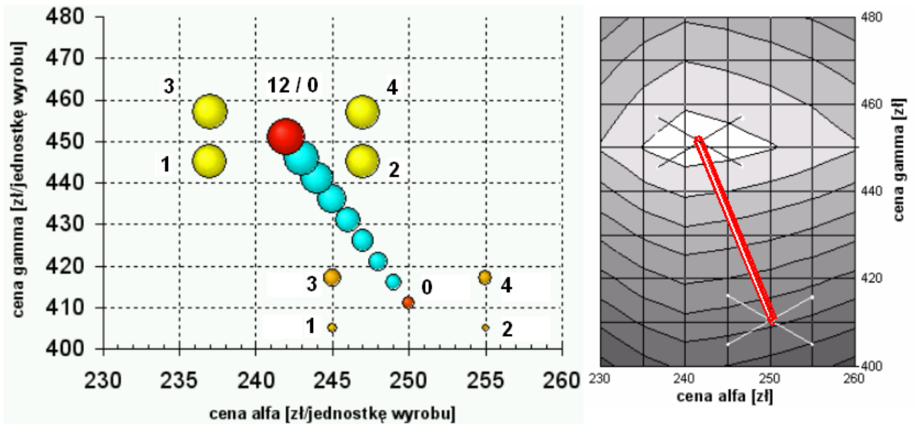
Tab. 1. Plan eksperymentu dla pierwszej iteracji. Brak aktywnych ograniczeń na wartości zmiennych decyzyjnych

Czynniki x^s	x^1 **- cena wyr. ALFA [zł / j. wyr.]**	x^2 **- cena wyr. GAMMA [zł / j. wyr.]**	**y - wynik eksperymentu: wynik finansowy netto [mln zł]**
Pierwsza iteracja			
Poziom podstawowy x_0^s	250	411	3,320
Krok próbny x^s	5	6	
Poziom górny $x_0^s - \Delta x^s$	255	417	
Poziom dolny $x_0^s + \Delta x^s$	245	405	
Doświadczenie nr 1	245	405	2,730
Doświadczenie nr 2	255	405	1,989
Doświadczenie nr 3	245	417	4,540
Doświadczenie nr 4	255	417	3,799
Współczynniki k^s	-0,37	0,9	(k^0=3,26)
Współczynniki b^s	-0,074	0,15	(b^0 = -39,89)
Wyrażenie $k^s \Delta x^s$	-1,83	+5,42	
Krok roboczy $\Delta_R^{x_s}$	-1	5	
Doświadczenie 5	249	416	4,146
Doświadczenie 6	248	421	4,968
Doświadczenie 7	247	426	5,785
Doświadczenie 8	246	431	6,598
Doświadczenie 9	245	436	7,406
Doświadczenie 10	244	441	8,210
Doświadczenie 11	243	446	9,010
Doświadczenie 12	242	451	9,470
Maksimum	242	451	9,470

Średnica kół (rys. 2) jest proporcjonalna do wartości wyniku finansowego w toku działania procedury Boxa-Wilsona dla omawianego przypadku. W prawej dolnej części rysunku widoczny jest punkt startowy (koło) iteracji pierwszej, otoczony czterema punktami (kołami) doświadczeń oddalonych od niego o długość kroku próbnego w każdej z osi współrzędnych. Punkty te odpowiadają odpowiednio wierszowi „poziom podstawowy” oraz doświadczeniom o numerach od 1 do 4 z tab. 1. Zauważamy zwiększające się średnice kół w kierunku lewej górnej krawędzi. Są to dodatkowe doświadczenia o numerach od 5 do 12 z tab. 1. Widać wyraźnie, że odległość między środkami kół jest stała. Doświadczenie nr 12 jest wyznaczonym w pierwszej iteracji ekstremum. Następnie wykonywana jest iteracja nr 2. Rozpoczyna się ona od zbadania czterech punktów w otoczeniu punktu ekstremalnego (nowego punktu startowego), zwanego także poziomem podstawowym (tab. 2). Liczbowe wartości współrzędnych tych punktów podano w doświadczeniach od 1 do 4 w tab. 2. Wyznaczono następnie nowe kroki robocze. Wykonane doświadczenia nie powodują jednak zwiększenia wartości wyniku finansowego netto. Przyjmujemy, że punkt ekstremalny nie zmienił się.

Tab. 2. Parametry metody Boxa-Wilsona: plan eksperymentu dla drugiej iteracji

Czynniki x^s	x^1 **- cena wyr. Alfa** [zł / j. wyr.]	x^2 **: cena wyr. Gamma** [zł / j. wyr.]	**y: wynik finansowy netto** [mln zł]
Druga iteracja			
Poziom podstawowy x_0^s	242	451	9,470
Krok próbny x^s	5	6	
Poziom górny $x_0^s - \Delta x^s$	247	457	
Poziom dolny $x_0^s + \Delta x^s$	237	445	
Doświadczenie nr 1	237	445	8,808
Doświadczenie nr 2	247	445	8,650
Doświadczenie nr 3	237	457	8,970
Doświadczenie nr 4	247	457	8,813
Współczynniki k^s	-0,079	0,0811	(k^0=8,810)
Wyrażenie $k^s \Delta x^s$	-0,395	0,487	
Krok roboczy $\Delta_R^{x_s}$	-0,3	0,4	
Maksimum (bez zmian)	242	451	9,470



Rys. 2. Ilustracja metody Boxa-Wilsona dla przypadku z nieaktywnymi ograniczeniami na zmienne decyzyjne

4.2. PRZYPADEK Z NARUSZENIEM OGRANICZEŃ NA ZMIENNE DECYZYJNE

Warunki są identyczne jak w poprzednim przypadku, jednak wprowadzono liniowe ograniczenia na zmienne decyzyjne (wejściowe):

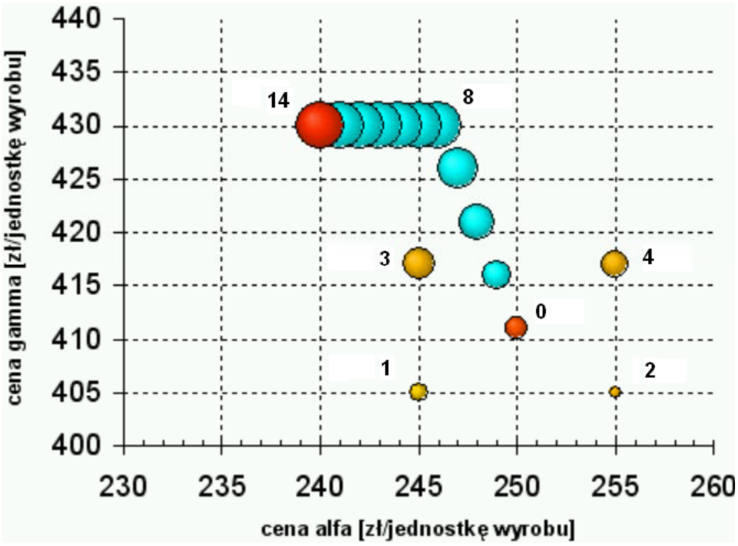
wyrób ALFA: $240 \le x^1 \le 300$ [zł/j. wyrobu]

wyrób GAMMA: $400 \le x^2 \le 430$ [zł/j. wyrobu]

Działanie procedury Boxa-Wilsona dla omawianego przypadku przedstawiono w tab. 3. i rys. 3. Średnica kół (rys. 3.) jest proporcjonalna do wartości wyniku finansowego. W prawej dolnej części widoczny jest punkt startowy iteracji pierwszej i jedynej (numer 0), otoczony czterema punktami doświadczeń (o numerach od 1 do 4) oddalonych od niego o długość kroku próbnego w każdej osi. Zauważamy zwiększające się średnice kół w kierunku lewej górnej krawędzi. Widać wyraźnie, że odległość między środkami kół (dodatkowe doświadczenia o numerach od 5 do 14) jest stała - wynika to ze współrzędnych wektora kroku w metodzie Boxa-Wilsona. Zauważyć należy, że w doświadczeniach o numerach od 5 do 7 ograniczenia nie ingerowały. W doświadczeniu nr 8 aktywne staje się ograniczenie na cenę wyrobu Gamma. W doświadczeniu o numerze 14 aktywne staje się także ograniczenie dotyczące drugiej zmiennej i poszukiwanie punktu ekstremalnego dobiegło końca. Kolejne iteracje algorytmu nie są wykonywane gdyż otoczenie (cztery punkty) nowego punktu startowego znajdowałoby się częściowo poza dziedziną zmiennych decyzyjnych (poza ograniczeniami).

Tab. 3. Parametry metody Boxa-Wilsona: plan eksperymentu w przypadku naruszenia liniowych ograniczeń na zmienne decyzyjne. Pojedyncza iteracja.

Czynniki x^s	x^1 **- cena wyr. ALFA [zł / j. wyr.]**	x^2 **- cena wyr. GAMMA [zł / j. wyr.]**	**y - wynik eksperymentu: wynik finansowy netto [mln zł]**
Pierwsza iteracja (i jedyna)			
Poziom podstawowy x_0^s	250	411	3,320
Krok próbny x^s	5	6	
Poziom górny $x_0^s - \Delta x^s$	255	417	
Poziom dolny $x_0^s + \Delta x^s$	245	405	
Doświadczenie nr 1	245	405	2,730
Doświadczenie nr 2	255	405	1,989
Doświadczenie nr 3	245	417	4,540
Doświadczenie nr 4	255	417	3,799
Współczynniki k^s	-0,37	0,9	(k^0=3,26)
Wyrażenie $k^s \Delta x^s$	-1,83	+5,42	
Krok roboczy $\Delta_R^{x_s}$	-1	5	Zmiana kroku!
Doświadczenie 5	249	416	4,146
Doświadczenie 6	248	421	4,968
Doświadczenie 7	247	426	5,785
Doświadczenie 8	246	**430**	6,447
Doświadczenie 9	245	**430**	6,501
Doświadczenie 10	244	**430**	6,551
Doświadczenie 11	243	**430**	6,596
Doświadczenie 12	242	**430**	6,637
Doświadczenie 13	241	**430**	6,674
Doświadczenie 14	**240**	**430**	6,706
Maksimum	**240**	**430**	6,706



Rys. 3. Ilustracja metody Boxa-Wilsona.
Przypadek z aktywnymi ograniczeniami zmiennych decyzyjnych

4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono zastosowanie języka sterowania eksperymentem LEKS w znalezieniu optymalnych wartości zmiennych decyzyjnych w badanym modelu symulacyjnym przedsiębiorstwa przemysłowego. W celu implementacji metody Boxa-Wilsona zarówno przy nieaktywnych jak i aktywnych ograniczeniach wartości zmiennych decyzyjnych wykorzystano język sterowania eksperymentem LEKS zintegrowany z komputerowym środowiskiem eksperymentów symulacyjnych *Ekanwin.* Potwierdzono w ten sposób niektóre hipotezy zawarte w artykule [Zabawa 2004]. Dotychczas język LEKS wykorzystano w badaniu przebiegu zmienności zmiennych wyjściowych modelu, przygotowaniu wielowymiarowych wykresów funkcji celu, optymalizacji za pomocą tradycyjnych metod (np. Hooka-Jeevesa) i elementarnych procedur algorytmów genetycznych. Dalsze prace będą dotyczyły prób implementacji pozostałych metod planowania eksperymentu, złożonych algorytmów genetycznych oraz polepszenia integracji z interfejsem użytkownika.

LITERATURA

BOX, G.E.P., WILSON, K.B. 1951. On the experimental attainment of optimum conditions; [w:] *Journal of the Royal Statistical Society* (B, 13). Blackley, Manchester; ss. 1-4.5

CZARNY, T. 1979. *Metody identyfikacji systemów produkcyjnych. Skrypt*. Politechnika Wrocławska.

FISHER, R.A. 1935. *The Design of Experiments*. Oliver and Boyd, Edinburgh.

JORYSZ, H.R., VERNADAT, F. 1990. CIM-OSA Part 2: information view; [w:] *International Journal of Computer Integrated Manufacturing* (3). Taylor and Francis; ss. 3-4.

KACPRZYŃSKI, B. 1974. *Planowanie eksperymentów. Podstawy matematyczne*. WNT, Warszawa.

MAŃCZAK, K. 1976. *Technika planowania eksperymentu*. WNT, Warszawa.

RADOSIŃSKI, E., ZABAWA, J. 2002. Interface w hybrydowych inteligentnych systemach wspomagania decyzji; [w:] *Symulacja Systemów Gospodarczych. Duszniki 2002.* Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław; ss. 127-152.

STATSOFT POLSKA, *Planowanie doświadczeń. Statistica*. URL:
http://www.statsoft.pl/download/help6/Experimental.chm

WOLFS, F. 1997. *Introduction to the Scientific Method*. Department of Physics and Astronomy, University of Rochester, URL:
http://teacher.nsrl.rochester.edu/PHY_LABS/AppendixE/AppendixE.html

YATES, F. 1935. Complex experiments; [w:] *Journal of the Royal Statistical Society (Supplement)* (2); ss. 181-247.

ZABAWA, J. 2004. Wybrane techniki poszukiwania optymalnych rozwiązań w symulacyjnej analizie ekonomicznej przedsiębiorstwa; [w:] *Symulacja Systemów Gospodarczych. Część II.* Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław; ss. 61-81.